



**CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA JUDEȚEANĂ
16 martie 2019**

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a X –a

Problema 1. O navă zboară de pe Pământ spre planeta X aflată la 2^{20} km. După ce a străbătut un sfert din drum, nava a pierdut contactul radio cu Pământul, acesta fiind restabilit în momentul în care nava se afla la 2^{19} km de planeta X . Câți kilometri a zburat naveta fără contact radio?

Problema 2. a) Demonstrați că $\sqrt{19-6\sqrt{10}} = \sqrt{10} - 3$.

b) Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $(19-6\sqrt{10})^x + (\sqrt{10}-3)^x \leq 12$.

Problema 3. Se consideră numerele $a = \log_2(\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{2})$ și $b = \log_2(\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{4})$.

a) Calculați $a+b$.

b) Demonstrați că $b > 0$.

c) Demonstrați că $a \cdot b \leq \frac{9}{4}$.

Problema 4. a) Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_1 = x+iy$, $z_2 = y+ix$ unde $x, y \in \mathbb{R}$. Știind că cele două numere complexe z_1 și z_2 au modulele egale cu 1, să se demonstreze că $z_1 \cdot z_2 = i$.

b) Radu trebuie să înmulțească 2019 numere complexe de modul 1. Din neatenție, el schimbă între ele partea reală cu partea imaginară la fiecare factor al produsului și astfel obține rezultatul final

numărul $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Care trebuia să fie rezultatul corect al produsului celor 2019 numere complexe?